

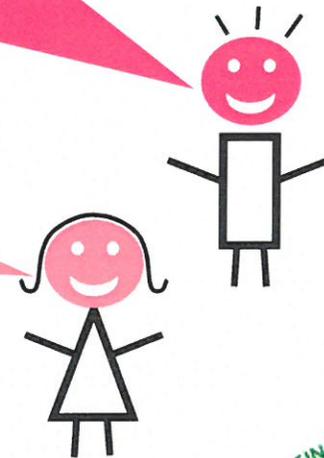
Durch Probieren (einsetzen verschiedener Variablenwerte sowie Berechnung und Vergleich der Termwerte) kann man die Lösung einer Gleichung finden!



Wir
erinnern
uns:

Oder auch nicht!
Probieren ist ...

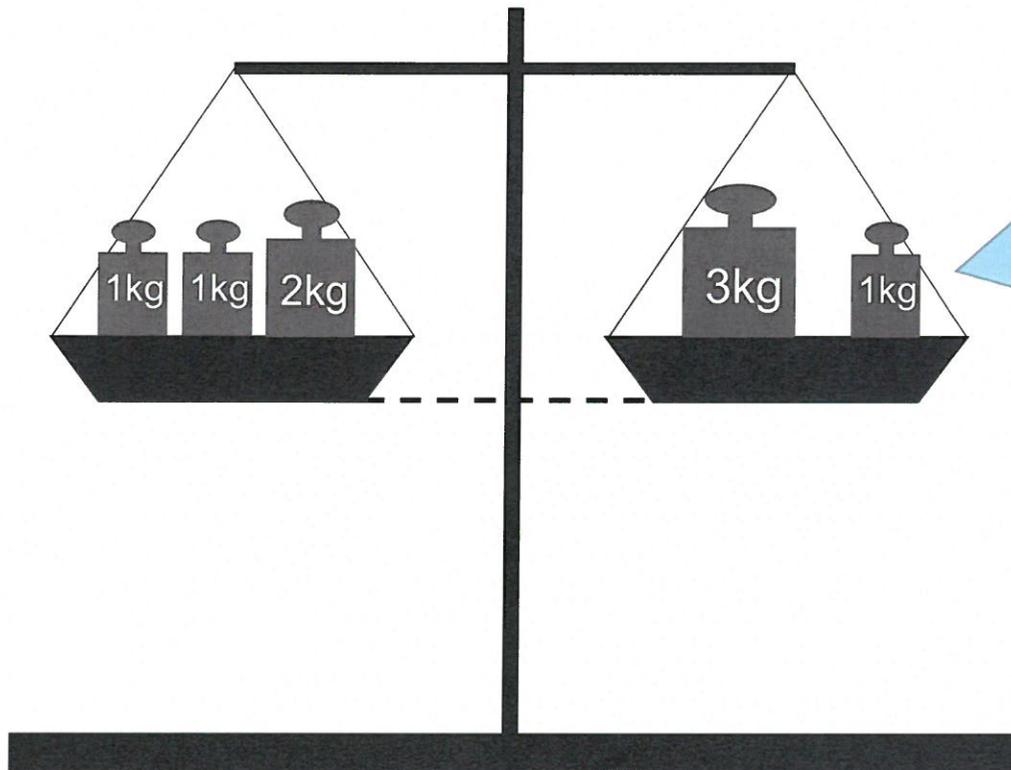
... umständlich
und langwierig!



tutorial– Gleichungen systematisch lösen

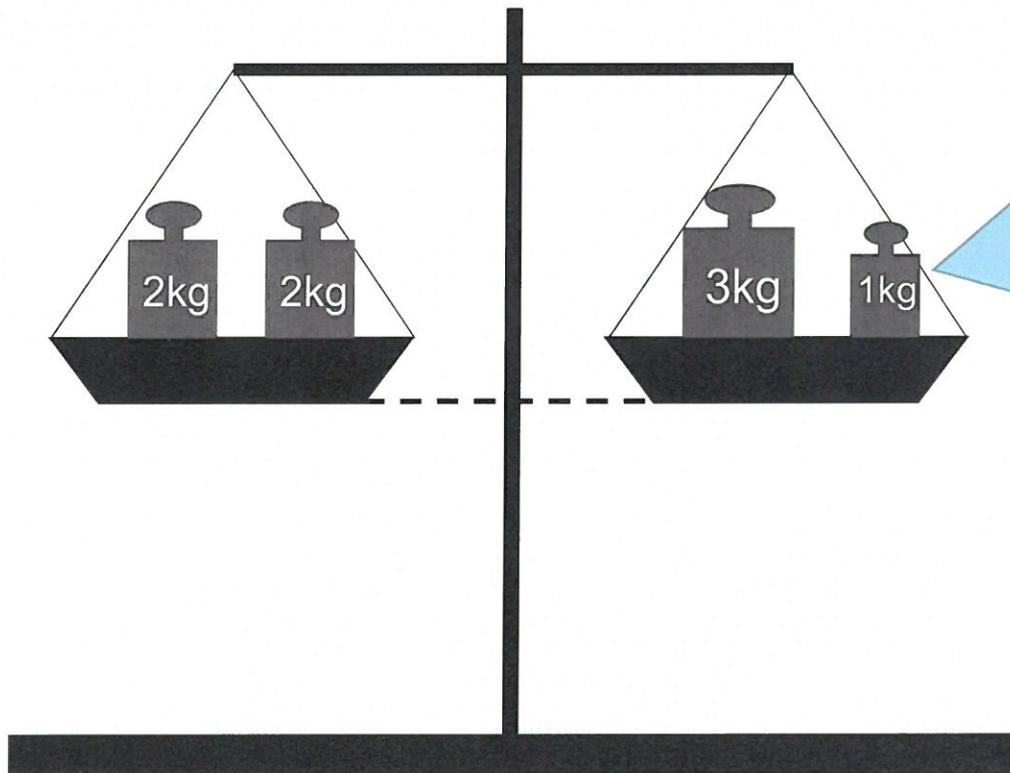


Das aller Wichtigste vorab: Das Gleichgewicht der mathematischen Waage, der Gleichung, muss immer erhalten bleiben!!!



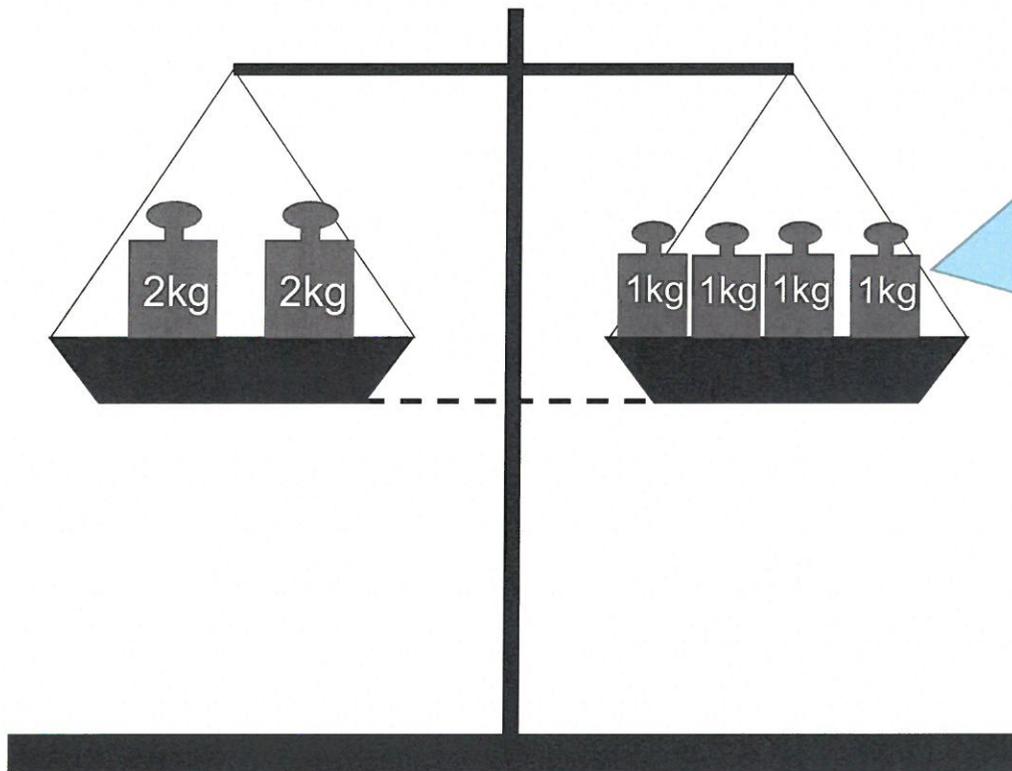
Diese Waage ist im Gleichgewicht!

Das aller Wichtigste vorab: Das Gleichgewicht der mathematischen Waage, der Gleichung, muss immer erhalten bleiben!!!



Das Gleichgewicht bleibt erhalten, wenn man auf der linken Waagschale zwei einzelne 1kg-Wägestücke durch ein 2kg-Wägestück ersetzt.

Das aller Wichtigste vorab: Das Gleichgewicht der mathematischen Waage, der Gleichung, muss immer erhalten bleiben!!!

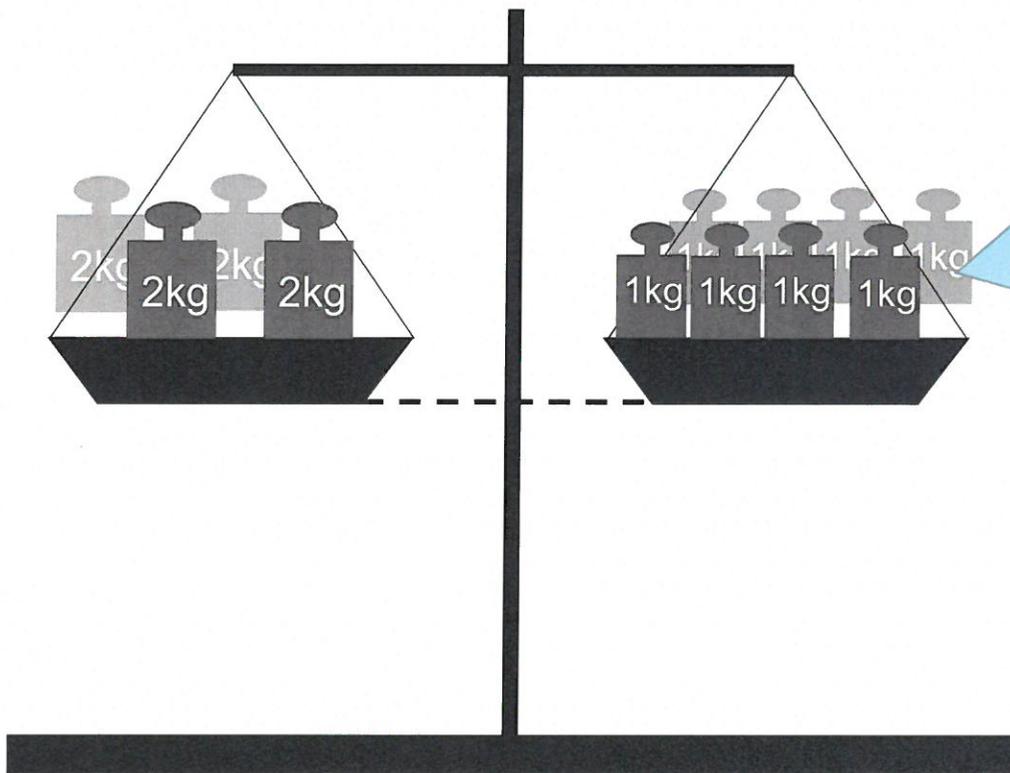


Das Gleichgewicht bleibt ebenfalls erhalten, wenn rechts *das eine 3kg-Wägestück durch drei einzelne 1kg-Wägestücke ersetzt wird*.

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



Was ist rechnerisch noch alles möglich, ohne die mathematischen Waage, die Gleichung, aus dem Gleichgewicht zu bringen?!

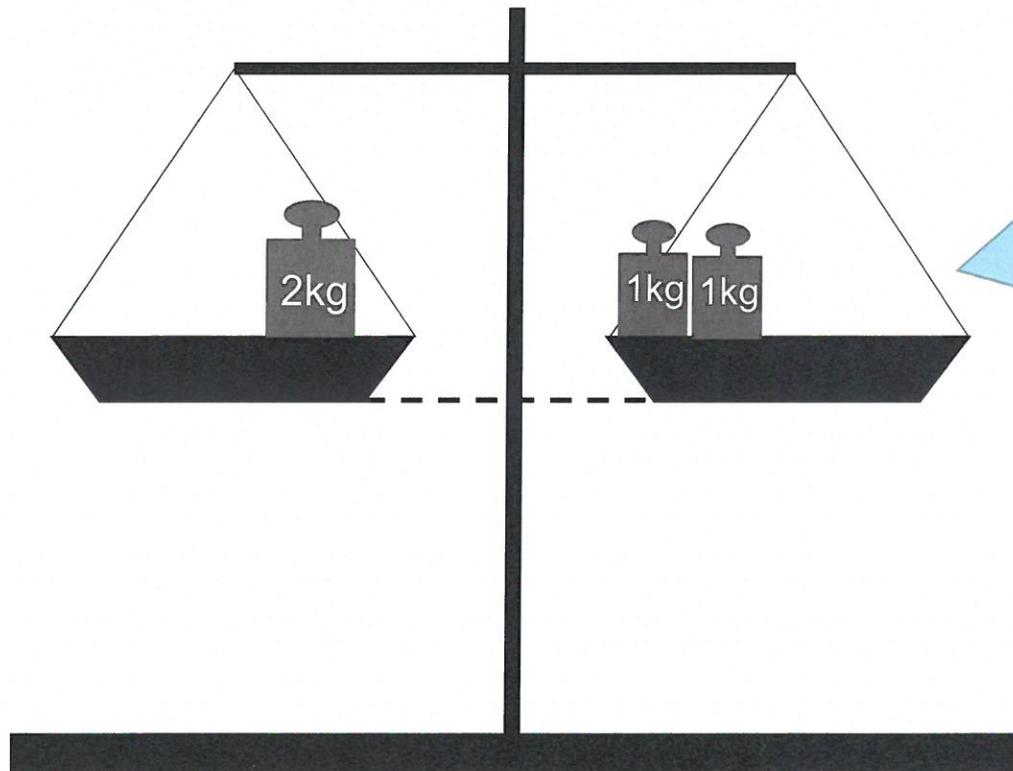


Wenn wir auf der linken Seite die Wägestücke verdoppeln, so bleibt die Waage im Gleichgewicht, wenn wir das auf der rechten Seite auch tun!

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



Was ist rechnerisch noch alles möglich, ohne die mathematischen Waage, die Gleichung, aus dem Gleichgewicht zu bringen?!

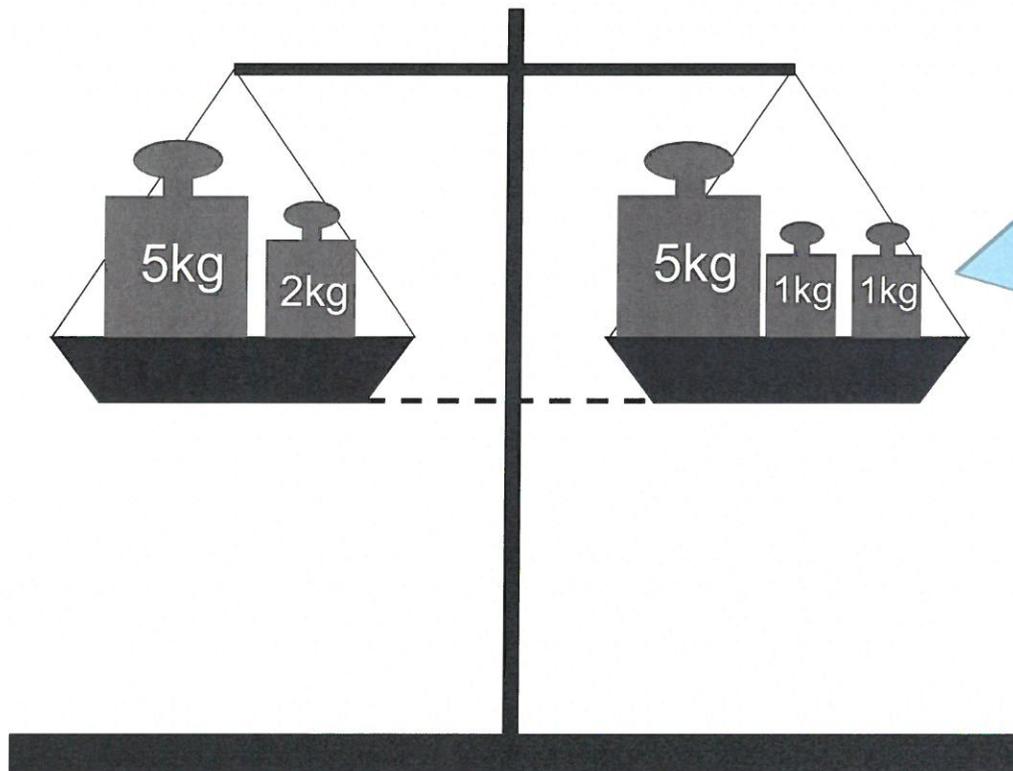


Wenn wir auf der linken Seite nur den dritten Teil stehen lassen, so bleibt die Waage im Gleichgewicht, wenn wir das auf der rechten Seite auch tun!

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



Was ist rechnerisch noch alles möglich, ohne die mathematischen Waage, die Gleichung, aus dem Gleichgewicht zu bringen?!

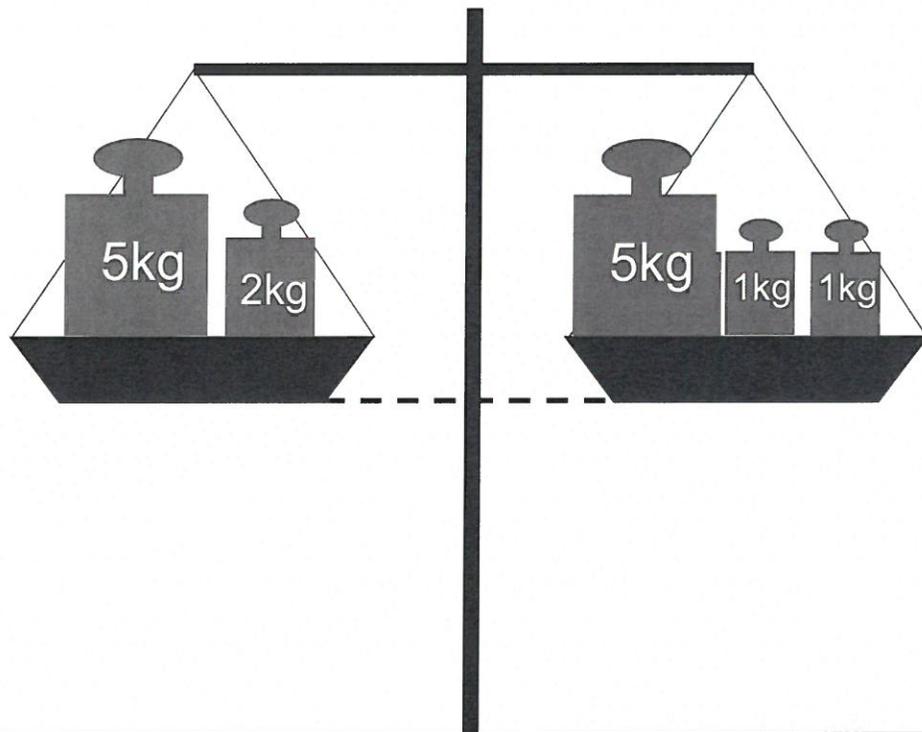


Wenn wir auf der linken Seite 5kg dazu legen, so bleibt die Waage im Gleichgewicht, wenn wir das auf der rechten Seite auch tun!

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



Was ist rechnerisch noch alles möglich, ohne die mathematischen Waage, die Gleichung, aus dem Gleichgewicht zu bringen?!

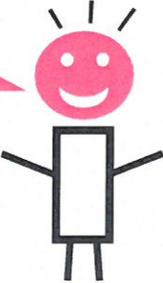


Für das
**Rechnen mit
Gleichungen**
bedeutet das :

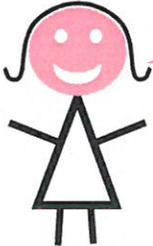
Jede Rechenoperation, die den Termwert verändert (+, -, \times , \div von Zahlen und/oder Variablen), muss auf beiden Seiten der Gleichung in gleicher Weise durchgeführt werden!

tutorial– Gleichungen systematisch lösen





Toll,
jetzt wissen wir,
welche
Rechnungen
erlaubt sind, aber...



... welche
Rechnungen
führen zum Ziel,
der Lösung der
Gleichung ?

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



Das ist der **Plan!** Immer von **1 – 4** durcharbeiten,
dann steht die Lösung der Gleichung da!



- 1. Auflösen** der Klammern (Regeln für Plus- oder Minuskammern anwenden, Klammern ausmultiplizieren)
- 2. Zusammenfassen** gleichartiger Termteile (Addition und/oder Subtraktion)
- 3. Sortieren**, d.h. auf einer Gleichungseite stehen nur Termteile mit der Variablen und auf der anderen Seite nur Zahlen (Umkehroperationen anwenden)
- 4. Isolieren**, d.h. der Zahlfaktor vor der Variable soll 1 sein (Umkehroperation anwenden)

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



1. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$3x + 6 = 2 + x - 4 - 2x$$

Hier gibt es
keine
Klammern.



Weiter mit
Schritt 2.

1. Auflösen der Klammern (Regeln für Plus- oder Minusklammern anwenden,
Klammern ausmultiplizieren)



tutorial– Gleichungen systematisch lösen

1. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$3x + 6 = 2 + x - 4 - 2x$$

$$3x + 6 = -2 - x$$

Gleichartige
Termteile mit
Vor-/Rechen-
zeichen
markieren und
zusammen-
fassen.
↓
Weiter mit
Schritt 3.

2. Zusammenfassen gleichartiger Termteile (Addition und/oder Subtraktion)

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



1. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$3x + 6 = 2 + x - 4 - 2x$$

$$3x + 6 = -2 - x$$

$$+x \curvearrowright (3x) + 6 (+x) = -2 - x (+x) \curvearrowright +x$$

$$4x + 6 = -2$$

$$-6 \curvearrowright 4x (+6) (-6) = -2 (-6) \curvearrowright -6$$

$$4x + 0 = -8$$

Die Umkehroperation von $-x$ ist $+x$.



Rechts steht nur noch eine Zahl, da $-x + x = 0$

Die Umkehroperation von $+6$ ist -6 .



Jetzt ist fertig sortiert.



Eine Seite: Variable mit Koeffizient.

Andere Seite: Zahl



Weiter mit Schritt 4.

3. Sortieren, d.h. auf einer Gleichungsseite stehen nur Termteile mit der Variablen und auf der anderen Seite nur Zahlen

(Umkehroperationen anwenden)

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



1. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$\begin{aligned} 3x + 6 &= 2 + x - 4 - 2x \\ 3x + 6 &= -2 - x \\ +x \quad +x & \quad +x \\ 3x + 6 + x &= -2 - x + x \\ 4x + 6 &= -2 \\ -6 \quad -6 & \quad -6 \\ 4x + 6 - 6 &= -2 - 6 \\ 4x &= -8 \\ :4 \quad :4 & \quad :4 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{-8}{4} \\ \underline{x} &= \underline{-2} \end{aligned}$$

Umkehroperation:

$$x \xrightarrow{\cdot 4} 4x$$

:4

Der Divisor kommt
in den Nenner.

Kürzen mit 4:

$$\frac{4}{4} = 1 \quad \frac{-8}{4} = -2$$

4. Isolieren, d.h. der Zahlfaktor vor der Variable soll 1 sein (Umkehroperationen anwenden)

tutorial – Gleichungen systematisch lösen



Machen wir einfach die Probe:



$$3x + 6 = 2 + x - 4 - 2x$$
$$3 \cdot (-2) + 6 = 2 + (-2) - 4 - 2 \cdot (-2)$$
$$-6 + 6 = 2 + (-2) - 4 + 4$$
$$0 = 0 \text{ wahr}$$

Einsetzen der zu überprüfenden Lösung.
↓
Berechnen der beiden Termwerte.
↓
Die Termwerte sind gleich.
↓
Die Lösung stimmt.



Sicher das $x = -2$ die Lösung der Gleichung $3x+6 = 2+x-4-2x$ ist?

2. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$\begin{aligned} -4 \cdot (2 - x) &= 3x \\ -8 + 4x &= 3x \end{aligned}$$

Klammer
schrittweise
ausmultiplizieren.



Weiter mit
Schritt 2.

1. Auflösen der Klammern (Regeln für Plus- oder Minusklammern anwenden,
Klammern ausmultiplizieren)

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



2. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$\begin{aligned} -4 \cdot (2 - x) &= 3x \\ -8 + 4x &= 3x \end{aligned}$$

Es gibt auf beiden Seiten der Gleichung keine gleichartigen Termteile.



Weiter mit Schritt 3.

2. Zusammenfassen gleichartiger Termteile (Addition und/oder Subtraktion)

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



2. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$\begin{aligned} -4 \cdot (2 - x) &= 3x \\ -8 + 4x &= 3x \\ -8 + 4x - 4x &= 3x - 4x \\ -8 + 0 &= -1x \end{aligned}$$

Die Umkehr-
operation von
 $+4x$ ist $-4x$.

Jetzt ist fertig sortiert.

Eine Seite: Variable
mit Koeffizient.

Andere Seite: Zahl

Weiter mit Schritt 4.

3. Sortieren, d.h. auf einer Gleichungsseite stehen nur Termteile mit der Variablen und auf der anderen Seite nur Zahlen
(Umkehroperationen anwenden)

tutorial– Gleichungen systematisch lösen



2. Beispiel: Finde die Lösung der Gleichung ...



$$\begin{aligned} -4 \cdot (2 - x) &= 3x \\ -8 + 4x &= 3x \\ -8 + 4x - 4x &= 3x - 4x \\ -8 &= -x \\ \frac{-8}{-1} &= \frac{-x}{-1} \\ \underline{8} &= x \end{aligned}$$

Umkehroperation:

$$x \xrightarrow{\cdot (-1)} -x$$

\downarrow
: (-1)

Der Divisor kommt
in den Nenner.

\downarrow
Kürzen mit -1:

$$\frac{-8}{-1} = 8 \quad \frac{-1}{-1} = 1$$

4. Isolieren, d.h. der Zahlfaktor vor der Variable soll 1 sein (Umkehroperationen anwenden)

tutorial – Gleichungen systematisch lösen



... macht die Probe:



$$-4 \cdot (2 - x) = 3x$$

$$-4 \cdot (2 - 8) = 3 \cdot 8$$

$$-4 \cdot (-6) = 24$$

$$24 = 24 \quad \text{wahr}$$

Einsetzen der zu überprüfenden Lösung.
↓
Berechnen der beiden Termwerte.
↓
Die Termwerte sind gleich.
↓
Die Lösung stimmt.



Wer ganz sicher gehen möchte ...

tutorial– Gleichungen systematisch lösen





Im Grunde war
es das! ...

... Der Rest ist
Übung!



Alles Weitere kommt
in Klasse 8, 9 und 10!



tutorial– Gleichungen systematisch lösen

